

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Богдалова Елена Владимировна  
Должность: Проректор по образовательной деятельности  
Дата подписания: 07.08.2025 12:55:11  
Уникальный программный ключ:  
ec85dd5a839619d48ea76b2d23dba88a9c82091a

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение инклюзивного высшего образования

**«Российский государственный  
университет социальных технологий»  
(ФГБОУ ИВО «РГУ СоцТех»)**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Б1.В.ДВ.02.02 Теория функций комплексного переменного  
наименование дисциплины

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»  
шифр и наименование направления подготовки

Вычислительная математика и информационные технологии  
направленность (профиль)

## Содержание

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ
5. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Комплексный анализ»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов ( типовые задачи ( задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код компетенции	Наименование результата обучения
ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат ПК-2.1. Знает основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа. ПК-2.2. Умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов. ПК-2.3. Владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл.2).

Таблица 2 - Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины:

Код компетенции	Уровень освоения компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Вид учебных занятий <sup>1</sup> , работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций <sup>2</sup>	Контролируемые разделы и темы дисциплины <sup>3</sup>	Оценочные средства, используемые для оценки уровня сформированности компетенции <sup>4</sup>
ОПК-3		<i>Знает</i>			
	Недостаточный уровень	ОПК-3. Студент не способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Не знает основ комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Базовый уровень	ОПК-3.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет несистематизированные знания об основах комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

<sup>1</sup> Лекционные занятия, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа...

<sup>2</sup> Необходимо указать активные и интерактивные методы обучения (например, интерактивная лекция, работа в малых группах, методы мозгового штурма и т.д.), способствующие развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

<sup>3</sup> Наименование темы (раздела) берется из рабочей программы дисциплины.

<sup>4</sup> Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:

«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест...

«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая)

игра, портфолио...

Средний уровень	ОПК-3.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4. Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ОПК-3.1. Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале и способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Знает основы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4. Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	<i>Умеет</i>			
Базовый уровень	ОПК-3.2. Студент испытывает затруднения при применении методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4. Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

Средний уровень	ОПК-3.2. Студент умеет по образцу решать стандартные профессиональные задачи с применением методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4. Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ОПК-3.2. Студент умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4. Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	<i>Владеет</i>			
Базовый уровень	ОПК-3.3. Студент на базовом уровне владеет основными навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4. Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

	Средний уровень	ОПК-3.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 Комплексные числа.</li> <li>2 Функции комплексного переменного.</li> <li>3 Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4 Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Высокий уровень	ОПК-2.3. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией изученной дисциплины. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 Комплексные числа.</li> <li>2 Функции комплексного переменного.</li> <li>3 Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4 Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
ПК-2		Знает			
	Недостаточный уровень	ПК-2. Студент не способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат. Не знает основных теорем и формул комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4. Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Базовый уровень	ПК-2.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет несистематизированные знания об основных теорем и	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

		формул комплексного анализа.		4. Интегральное исчисление ФКП.	
Средний уровень	ПК-2.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основные теоремы и формулы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.		1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ПК-2.1. Студент способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Знает основные теоремы и формулы комплексного анализа. Показывает глубокое знание и понимание по изучаемым темам.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.		1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
		<b>Умеет</b>			
Базовый уровень	ПК-2.2. Студент непоследовательно применяет методы, теоремы и формулы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.		1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Средний уровень	ПК-2.2. Студент умеет по образцу решать стандартные	Лекционные и практические занятия, работа в малых		1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного	Текущий контроль – опрос, контрольная

		профессиональные задачи с применением методов, формул и теорем комплексного анализа.	группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ПК-2.2. Студент умеет анализировать элементы, устанавливать связи между ними. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов, формул и теорем комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание	
	<i>Владеет</i>				
Базовый уровень	ПК-2.3. Студент на базовом уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание	
Средний уровень	ПК-2.3. Студент владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности, Допускает незначительные ошибки при	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание	

		решении задач.			
	Высокий уровень	ПК-2.3. Студент на высоком уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4. Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ<sup>5</sup>

Таблица 3

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1.	Опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Решение разноуровневых задач (заданий)	Различают задачи и задания: а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Комплект разноуровневых задач (заданий)
3.	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыки обучающегося по учебной дисциплине и определить уровень освоения компетенций.	Вопросы к экзамену

<sup>5</sup> Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

#### **4. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Математика» осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 4.

Таблица 4.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
ОПК-3		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	ОПК-3.1.	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	ОПК-3.1.	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень Оценка «хорошо».	ОПК-3.1.	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень Оценка «отлично».	ОПК-3.1.	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		Умеет	
	Базовый уровень	ОПК-3.2.	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	ОПК-3.2.	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	ОПК-3.2.	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		Владеет	
	Базовый уровень	ОПК-3.3.	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>
	Средний уровень	ОПК-3.3.	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные</i>

			<i>затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>
<i>ОПК-3</i>		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень Оценка «хорошо».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень Оценка «отлично».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		Умеет	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		Владеет	
Базовый уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и</i>	

			<i>математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>

## **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения**

### **Задания в форме опроса:**

Опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения материала. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия. В своем ответе студент должен показать умения прослеживать причинно-следственные связи и навыки рассуждений и доказательства.

### **Задания в форме практических работ. Разноуровневые задачи**

Практическая работа представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в индивидуальном выполнении обучающимся практических заданий для оценки полученных знаний, умений и владений компетенциями, формируемыми по данной дисциплине.

Выполнение практических работ является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задания типового вида и задания творческого характера, по результатам выполнения практических заданий обучающие оформляют отчеты, содержащие анализ полученных результатов и выводы.

## **5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации**

### **Задания в форме опроса**

#### **Раздел 1. Комплексные числа.**

- 1 Основные понятия и определения.
- 2 Комплексное число.
- 3 Мнимая единица.
- 4 Арифметические операции с комплексными числами.
- 5 Сопряженные комплексные числа.
- 6 Алгебраическая и тригонометрическая формы числа.
- 7 Извлечение корня степени  $n$  из данного числа.
- 8 Геометрическая интерпретация. Комплексная плоскость.
- 9 Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами.
- 10 Разложение многочлена на линейные множители.
- 11 Уравнение прямой и окружности в комплексной форме.

#### **Раздел 2. Функции комплексного переменного.**

- 1 Области в комплексной плоскости.
- 2 Окрестность точки.
- 3 Открытые, замкнутые, ограниченные множества, их свойства.
- 4 Граница области.
- 5 Расширенная комплексная плоскость.

- 6 Геометрическое место точек, удовлетворяющих данному условию.
- 7 Числовые последовательности с комплексными членами.
- 8 Предел последовательности.
- 9 Сходящиеся и расходящиеся последовательности.
- 10 Числовой ряд.
- 11 Необходимое условие сходимости ряда.
- 12 Степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 13 Определение функции комплексного переменного.
- 14 Предел и непрерывность функции.
- 15 Вещественная и мнимая части комплекснозначной функции.
- 16 Основные элементарные функции и их свойства.
- 17 Многочлен, дробно-рациональная функция, экспонента, тригонометрические и гиперболические функции.

### **Раздел 3. Дифференциальное исчисление ФКП.**

- 1 Производная комплексно-значной функции в данной точке.
- 2 Дифференцируемые функции.
- 3 Связь с непрерывностью.
- 4 Условия Коши-Римана.
- 5 Свойства дифференцируемых функций.
- 6 Существование комплексной производной в точках данной области.
- 7 Аналитичность.
- 8 Уравнение Лапласа для функции двух переменных.
- 9 Теоремы о гармонических и аналитических функциях.
- 10 Дифференцируемость элементарных функций.
- 11 Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
- 12 Отображения областей комплексной плоскости.
- 13 Обратные функции.
- 14 Однолиственность, области однолиственности.
- 15 Корень  $n$ -ой степени и логарифм, их свойства.
- 16 Многозначные функции, ветви многозначных функций.
- 17 Теорема об аналитичности обратных функций.

### **Раздел 4. Интегральное исчисление ФКП.**

- 1 Интеграл как предел интегральных сумм.
- 2 Линейность, аддитивность, замена переменной в комплексном интеграле.
- 3 Оценка абсолютной величины интеграла.
- 4 Параметрический вид непрерывной кривой в комплексной плоскости.
- 5 Связь определенного интеграла с криволинейным.
- 6 Интегрирование вдоль отрезка и окружности.
- 7 Теорема Коши.
- 8 Интегрирование вдоль различных кривых в односвязной области.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

## Контрольная работа

### 1. Комплексные числа и их свойства.

#### А. Операции с комплексными числами.

- 1) Комплексное число  $z = x + iy$  однозначно определяется
  - А) одним из двух параметров  $x$  или  $y$ ;
  - Б) двумя параметрами  $(x, y)$ ;
  - В) суммой или разностью  $x$  и  $y$ .
  
- 2) Комплексное число можно интерпретировать как
  - А) отрезок на плоскости;
  - Б) вектор на плоскости с началом в точке  $0$ ;
  - В) интервал числовой прямой;
  - Г) точку трехмерного пространства.
  
- 3) При перемножении двух комплексных чисел их модули
  - А) складываются;
  - Б) перемножаются;
  - В) возводятся в квадрат и складываются;
  - Г) складываются, и результат возводится в квадрат.
  
- 4) Вычитание аргументов двух комплексных чисел осуществляется
  - А) при делении одного числа на другое;
  - Б) при вычитании чисел;
  - В) при извлечении корня.
  
- 5) Сумма двух взаимно сопряженных чисел
  - А) является чисто мнимым числом;
  - Б) является вещественным числом;
  - В) является положительным числом;
  - Г) однозначного ответа дать нельзя.
  
- 6) Произведение двух взаимно сопряженных чисел
  - А) является чисто мнимым числом;
  - Б) является отрицательным числом;
  - В) является неотрицательным числом;
  - Г) однозначного ответа дать нельзя.
  
- 7) Если множество  $M$  расширенной комплексной плоскости открыто, то
  - А) бесконечность не является предельной точкой  $M$ ;
  - Б) бесконечность является предельной точкой  $M$ ;
  - В) любая точка  $M$  является внутренней;

- Г) множество внутренних точек образует окрестность.
- 8) Множество предельных точек некоторого множества  $M$
- А) всегда связное;
- Б) является конечным;
- В) является ограниченным;
- Г) включает в себя внутренние точки  $M$ .
- 9) Если последовательность  $z_n = x_n + iy_n$  сходится, то
- А) обе последовательности  $x_n$  и  $y_n$  имеют предел;
- Б) последовательности  $x_n$  и  $y_n$  имеют равные пределы;
- В) хотя бы одна из последовательностей  $x_n$  и  $y_n$  имеет предел.
- 10) Если последовательность  $z_n = x_n + iy_n$  неограниченная, то
- А) обе последовательности  $x_n$  и  $y_n$  неограниченные;
- Б) хотя бы одна из последовательностей  $x_n$  и  $y_n$  имеет бесконечный предел;
- В) хотя бы одна из последовательностей  $x_n$  и  $y_n$  не имеет конечного предела;
- Г) однозначного ответа дать нельзя.
- 11) Многочлен 10-й степени с комплексными коэффициентами
- А) имеет хотя бы один вещественный корень;
- Б) не имеет вещественных корней;
- В) имеют не более пяти не вещественных корней;
- Г) имеет ровно десять комплексных корней.
- 12) Корни квадратного уравнения с вещественными коэффициентами и отрицательным дискриминантом
- А) являются противоположными числами;
- Б) являются сопряженными комплексными числами;
- В) являются комплексными числами, дающими в произведении  $-1$ .
- 13) Корни степени  $n$  из комплексного числа  $a$
- А) имеют равные модули;
- Б) имеют аргументы, отличающиеся на величину  $\pi/n$ .
- В) образуют сходящуюся последовательность.
- 14) Пересечение конечного числа открытых множеств
- А) является конечным множеством;
- Б) является открытым множеством;
- В) является ограниченным множеством;
- Г) является окрестностью.

- 15) Достаточным условием непрерывности функции  $f(z)$  в точке  $a$  является
- А) существование предела  $f(z)$  при  $z \rightarrow a$ ;
  - Б) существование предела  $f(z)$  при  $z \rightarrow a$ , равного  $f(a)$ ;
  - В) существование предела  $f(z_n)$  хотя бы для одной последовательности  $z_n$ , сходящейся к  $a$ ;
  - Г) ограниченность  $f(z)$  в окрестности точки  $a$ .
- 16) вещественная и мнимая части многочлена  $P(z)$ ,  $z = x + iy$
- А) являются вещественными многочленами от двух переменных;
  - Б) принимают вещественные и чисто мнимые значения соответственно;
  - В) принимают неотрицательные значения.
- 17) Формула Эйлера
- А) устанавливает связь между вещественной и мнимой частью комплексного числа;
  - Б) устанавливает связь между показательной и тригонометрической функциями;
  - В) устанавливает соотношения между тригонометрическими функциями;
  - Г) устанавливает соотношения между алгебраической и тригонометрической формами числа.
- 18) Уравнение  $e^z = 0$
- А) не имеет вещественных корней;
  - Б) не имеет корней;
  - В) имеет чисто мнимые корни;
  - Г) имеет единственный корень.
- 19) Функция  $f(z) = \operatorname{ch} z$ ,  $z \in \mathbb{C}$
- А) является нечетной;
  - Б) является четной;
  - В) является ограниченной;
  - Г) принимает только вещественные значения.
- 20) Функция  $f(z) = \operatorname{sin} z$ ,  $z \in \mathbb{C}$
- А) является нечетной;
  - Б) является четной;
  - В) является ограниченной;
  - Г) принимает только вещественные значения.

**Б. Множества точек в комплексной плоскости. Последовательности.****Вариант №1**

1. Найти точку, симметричную точке  $z_0 = \sqrt{2}e^{\pi i/4}$ :

(а) относительно прямой  $Re z = 0$ ;

(б) относительно окружности  $|z + 2 - i| = 3$ .

2. Найти предел данной последовательности  $z_n$ , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \frac{n \cdot i^{3n} + 1}{n^2 - 2}.$$

3. Составить многочлен степени 4, имеющий корни  $a_k = e^{2k\pi i/3}$  ( $k = 0, 1, 2$ ) и  $b = 0$ .

4. Определить, является ли данная функция аналитической в области определения:

$$f(z) = 2z^2 \cos iz - \bar{z}.$$

**Вариант №2**

1. Найти все значения корня из комплексного числа  $\sqrt[3]{i}$ .

2. Определить, является ли точка  $z_0 = 2i$  внутренней точкой области  $D = \left\{z: \left| \frac{z-2}{iz-1} \right| > 3 \right\}$ .

3. Найти предел данной последовательности  $z_n$ , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \operatorname{ch}(in\pi + 1).$$

4. Определить, в каких точках области определения функция

$$f(z) = ix^3 - x^2y + ixy^2 - y^3, \quad z = x + iy$$
 является:

(а) дифференцируемой; (б) аналитической.

**Вариант №3**

1. Для отображения, осуществляемого функцией  $f(z) = (z + 1)^6$  ( $z \in \mathbb{C}$ ), определить:

(а) точки, в которых отображение является конформным;

(б) образ множества  $D = \left\{z: 0 < \arg(z + 1) < \frac{\pi}{6}\right\}$ .

2. Найти предел данной последовательности  $z_n$ , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \arg\left(-1 + \frac{\cos i}{n}\right).$$

3. Составить многочлен степени 3, имеющий корни  $-1, b$  и  $\bar{b}$ , где  $b = 2e^{i\pi/3}$ .

4. Определить, является ли точка  $z_0 = 4e^{5\pi i/4}$  внутренней точкой области  $D = \{z: \operatorname{Re} z > \operatorname{Im} z\}$ .

## 2. Функции комплексного переменного.

**Задание 1.** Укажите логические связи между утверждениями P и Q, если

P:  $\lim_{z \rightarrow a} f(x + iy) = b$  Q:  $f(z) = f(x + iy)$  непрерывна в точке a.

Варианты ответа:

- А)  $P \Rightarrow Q$  и  $Q \Rightarrow P$   
Б)  $P \Rightarrow Q$  и  $Q \not\Rightarrow P$   
В)  $P \not\Rightarrow Q$  и  $Q \Rightarrow P$   
Г)  $P \not\Rightarrow Q$  и  $Q \not\Rightarrow P$

**Задание 2.** Укажите свойства данной числовой последовательности  $x_n = \operatorname{Re} z_n$ ;  $z_n = \frac{i^n}{(n+1)!}$ .

Варианты ответа:

- А) ограниченная снизу, немонотонная  
Б) ограниченная, немонотонная  
В) ограниченная, убывающая Г) немонотонная, сходящаяся  
Д) возрастающая, сходящаяся

**Задание 3.** Найдите модуль комплексного числа  $z = \cos \frac{\pi}{3} - 2i$ .

Варианты ответа:

- А) 2 Б)  $2\sqrt{17}$  В)  $\frac{\sqrt{17}}{2}$  Г)  $2i$  Д)  $\frac{2\pi}{3}$

**Задание 4.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного  $f(z) = z\bar{z} + 1$ , где  $z = x + iy$

Варианты ответа:

- А)  $x, 1$  Б)  $x - iy, 2i$  В)  $x - ixy, 0$  Г)  $x^2 + y^2 + 1, 0$

**Задание 5.** Укажите свойства данной числовой последовательности  $x_n = \left| \frac{(-1+i)^n}{(n^3+3n^2)} \right|$ .

Варианты ответа:

- А) ограниченная, немонотонная  
Б) неограниченная, немонотонная  
В) ограниченная, расходящаяся  
Г) немонотонная, сходящаяся

**Задание 6.** Выберите условие, при котором последовательность  $y_n = \operatorname{Im} z_n$  является ограниченной.

Варианты ответа:

- А)  $|z_n|$  – возрастающая, сходящаяся

- Б)  $|z_n|$  – содержит ограниченную подпоследовательность
- В)  $x_n$  или  $y_n$  содержит сходящуюся подпоследовательность
- Г)  $x_n \cdot y_n$  содержит только конечное число положительных членов

**Задание 7.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного  $f(z) = z\bar{z} + i$ , где  $z = x + iy$

Варианты ответа:

- А)  $xy, 1$
- Б)  $x + iy, i/2$
- В)  $x^2 + y^2, 1$
- Г)  $x + y - 1, 0$

**Задание 8.** Выберите условие, при котором последовательность  $x_n = \operatorname{Re} z_n$  не является ограниченной.

Варианты ответа:

- А)  $x_n$  – бесконечно малая
- Б)  $x_n + y_n$  является подпоследовательностью сходящейся последовательности
- В)  $x_n + y_n$  является подпоследовательностью монотонной последовательности
- Г)  $x_n$  содержит только конечное число членов, отличных от 1

**Задание 9.** Определите множество значений функции  $f(x + iy) = 2^{-|z|}$

Варианты ответа:

- А)  $[0; 1]$
- Б)  $(0; 1]$
- В)  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$
- Г)  $(-\infty; \infty)$
- Д)  $[1; 2]$

**Задание 10.** Найдите модуль комплексного числа  $z = \sqrt{3}(2i + i^3)$ .

Варианты ответа:

- А)  $\sqrt{3}$
- Б)  $\sqrt{6}$
- В)  $2\sqrt{6}$
- Г) 0
- Д) 1

### 3. Дифференциальное исчисление ФКП.

**Задание 1.** Определите, имеет ли данная функция производную в каких-либо точках  $\mathbb{C}$ . Найдите производную в каждой из этих точек:

- 1)  $f(z) = z\bar{z}$ ;
- 2)  $f(z) = z^2$ ;
- 3)  $f(z) = z\operatorname{Re} z$ ;
- 4)  $f(z) = \operatorname{Im} z + z^2$ ;
- 5)  $f(z) = \bar{z} + \operatorname{Re} z$ ;
- 6)  $f(z) = \frac{1}{z} - |\bar{z}|$ .

**Задание 2.** Определите, при каких значениях параметров  $a$  и  $b$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) функция  $f(z)$  является дифференцируемой в каждой точке комплексной плоскости. Найдите ее выражение через переменную  $z = x + iy$ .

- 1)  $f(z) = x^2 - by^2 + iaxy$ ;
- 2)  $f(z) = ae^x \sin y - ibe^x \cos y$ ;
- 3)  $f(z) = az + b\bar{z}$ ;
- 4)  $f(z) = x + ay + i(bx + \bar{a}y)$ ;
- 5)  $f(z) = -\cos x(e^y + be^{-y}) + i \sin x(e^y + ae^{-y})$ .

**Задание 3.**

Определите области, в которых данная функция является аналитической. Найдите производную функции в этих областях.

- 1)  $f(z) = z + i|z|^2$ ;
- 2)  $f(z) = x^2 + i y^2$ ;
- 3)  $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$
- 4)  $f(z) = |x^2 - y^2| + 2i |xy|$ ;
- 5)  $f(z) = x^3 - 3xy^3 - i(y^3 - 3x^2y)$ ;
- 6)  $f(z) = \frac{4z^2 - 2iz^3}{(z-1)(z+i)}$ .

**Задание 4.**

Разложите функцию  $f(z)$  в ряд по степеням  $z - a$  и определите радиус сходимости ряда:

- 1)  $f(z) = e^z, a = -1$ ;
- 2)  $f(z) = \ln(2 - z), a = 0$ ;
- 3)  $f(z) = \frac{1}{3-2z}, a = 0$ ;
- 4)  $f(z) = \frac{z}{z^2+i}, a = 0$ ;
- 5)  $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}, a = \frac{1}{2}$ ;
- 6)  $f(z) = \cos^2 iz, a = 0$ ;
- 7)  $f(z) = \ln(2 + z - z^2), a = 1$ ;
- 8)  $f(z) = \frac{z}{z^2-4z-5}, a = 0$ .

**Задание 5.** Найти множество точек, в которых функция  $u(x, y)$  (или  $v(x, y)$ ) является гармонической. Выяснить, существует ли аналитическая в некоторой области  $D$  функция:  $f(z), z = x + iy$ , на которой  $\operatorname{Re} f = u$  (соответственно  $\operatorname{Im} f = v$ ). Если такая функция  $f(z)$  существует, то найти ее:

- 1)  $v(x, y) = -y^2 - x^2 + 2$ ;
- 2)  $v(x, y) = x^2 - y^2 + x$ ;
- 3)  $u(x, y) = xy^2$ ;
- 4)  $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ ;
- 5)  $u(x, y) = e^x \sin y$ ;
- 6)  $u(x, y) = e^{-2y} \cos 2x$  ;
- 7)  $v(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$ ;
- 8)  $v(x, y) = x^3 - 3xy^2 + i$ .

**Задание 6.** Найти радиус и область сходимости степенного ряда с комплексными членами. Исследовать сходимость ряда.

- 1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 4}{3^n} (x + 3)^n$ .
- 2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 6}{6^n} (x - 6)^n$ .

$$3) \sum_{n=1}^{+\infty} 4 \frac{n^2 - 4}{3^n} (x - 4)^n.$$

$$4) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 2}{2^n} (x + 2)^n.$$

$$5) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 6}{6^n} (x + 6)^n.$$

$$6) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 5}{5^n} (x - 5)^n.$$

$$7) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 2}{2^n} (x - 2)^n.$$

$$8) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 4}{4^n} (x + 4)^n.$$

$$9) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 5}{5^n} (x + 5)^n.$$

$$10) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 3}{3^n} (x - 3)^n.$$

#### 4. Интегральное исчисление ФКП.

##### А. Вычисление интегралов с помощью формулы Ньютона-Лейбница.

1. Вычислить интегралы: а)  $\int_0^i z \cos z \, dz$ ; б)  $\int_0^{1+\pi i} z e^{-z} \, dz$ ;

в)  $\int_0^{1+i} z^2 \, dz$ .

2. Вычислить интегралы: а)  $\int_0^i z e^z \, dz$ ; б)  $\int_1^{1+i} dz/z$ ;

в)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}+i} \sin z \, dz$ .

##### Б. Интегрирование вдоль контура в комплексной плоскости.

1. Вычислить  $\int_C \operatorname{Im} z \, dz$ , где  $C$  – прямолинейный отрезок, соединяющий точку 0 с точкой  $2 + i$ .

2. Вычислить  $\oint_C \frac{dz}{z}$ , где  $C$  – окружность  $|z| = 1$ .

3. Вычислить  $\oint_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ , где  $C$  – верхняя половина окружности  $|z| = 1$ , направление обхода: от точки  $(1,0)$  до точки  $(-1,0)$  ( $\sqrt{z}$  взять из общей формулы при  $k = 0$ ).

4. Вычислить  $\oint_C \frac{dz}{z}$ , где  $C$  – граница области  $\{1 < |z| < 2\}$ .

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

## Расчетно-графическое задание

### 1. Комплексные числа. Множества точек в комплексной плоскости.

#### Задание 1.

1. Вычислить  $(4 - i) \cdot (1 + 6i)$ ,  $(\sqrt{3} + i)^2$ ,  $(-5i - 3) \cdot i^{-2}$
2. Представить комплексное число  $z$  в алгебраической и тригонометрической форме.  $z = \frac{-2-2i}{i^5}$ .
3. Дать определение граничных точек множества  $M \subset \mathbb{C}$ .
4. Найти все предельные точки множества  $M = \{z: -2 < \operatorname{Im} z \leq 1\}$ . Является ли данное множество открытым?

#### Задание 2.

1. Записать в тригонометрической и показательной форме числа  $\frac{6-2i}{4+2i}$ ,  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{10}$ .
2. Найти многочлен третьей степени, имеющий комплексные корни  $a$ ,  $-a$  и  $1$ .
3. Дать определение открытого множества  $M \subset \mathbb{C}$ .
4. Найти все граничные точки множества  $M = \{z: 1 < \operatorname{Re} z \leq 3\}$ . Является ли данное множество ограниченным?

#### Задание 3.

1. Вычислить  $(3 + 2i) \cdot (4 + i)$ ,  $(2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i)^2$ ,  $(i - 5) \cdot (3i)^3$ .
2. Представить комплексное число  $z$  в алгебраической и тригонометрической форме.  $z = \frac{4i}{1+i\sqrt{3}}$ .
3. Дать определение предела последовательности  $\{z_n\}$ ,  $z_n \in \mathbb{C}$ .
4. Найти все внутренние точки множества  $M = \{z: 1 \leq |z| \leq 2\}$ .

#### Задание 4.

1. Записать в тригонометрической и показательной форме числа  $\frac{4-5i}{1+3i}$ ,  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{12}$ .
2. Найти все корни уравнения  $z^3 - 27 = 0$  и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Что называется модулем комплексного числа? Какие значения принимает  $|z|$ ?
4. Найти все предельные точки множества  $M = \{z: 0 < |z| < 4\}$ .

## 2. Функции комплексного переменного.

**Задание 1.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = |z - \bar{z}| + i\sqrt{2}, \quad \text{где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

А)  $x - iy, i\sqrt{2}$     Б)  $x + iy, i\sqrt{2}$     В)  $2|y|, \sqrt{2}$     Г)  $\sqrt{2y}, 2x$

**Задание 2.** Найдите предел функции  $\lim_{z \rightarrow 0} \left( \frac{\cos 2x}{\cos 3x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ ;

Варианты ответа:

А) 1    Б)  $e^{-2}$     В)  $e^{2.5}$     Г)  $\frac{1}{2}$     Д) 2.3

**Задание 3.** Укажите свойства данной числовой последовательности  $x_n = \frac{n^2+n}{n\sqrt{n+1}} + \frac{i^n}{n}$ .

Варианты ответа:

- А) ограниченная, неотрицательная
- Б) неограниченная
- В) расходящаяся, неотрицательная
- Г) сходящаяся, неотрицательная

**Задание 4.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = iz + z^2, \quad \text{где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

А)  $x, y^2 + 2x$     Б)  $xy + y^2, -x$     В)  $i + x + y, -xy$     Г)  $x^2 - y^2 - y, 2xy + x$

**Задание 5.** Выберите условие, при котором последовательность  $x_n + iy_n$  не является сходящейся.

Варианты ответа:

- А)  $x_n$  – бесконечно малая,  $y_n$  – ограниченная
- Б) обе последовательности  $x_n, y_n$  – ограниченные и монотонные
- В) последовательности  $|x_n|$  и  $|y_n|$  – бесконечно малые
- Г) последовательность  $x_n$  имеет предел, последовательность  $y_n$  – возрастает и ограничена сверху

**Задание 6.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = (i - 1)|\bar{z}|^2, \quad \text{где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

А)  $x^2 + iy^2 - y, -xy + ix$       Б)  $x^2 + y^2, -x^2 - y^2$

В)  $x^2 + y^2, y^2 - x^2$       Г)  $-x^2 - y^2, x^2 + y^2$

### 3. Интегральное исчисление ФКП.

#### А. Интегрирование вдоль контура в комплексной плоскости

**Задание 1.** Вычислить  $\int_0^{1+i} z \, dz$ .

**Задание 2.** Написать интегральную формулу Коши, выражающую значения функции  $f(z)$  в области через значения функции  $f(z)$  на границе  $L$  области.

**Задание 3.** Определить радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nz^n}{2^n}$ .

**Задание 4.** Найти особые точки функции  $\frac{z+2}{z(z-1)^3}$  и определить их тип.

**Задание 5.** Что такое вычет функции? Как он обозначается?

**Задание 6.** Написать ряды для функций  $\frac{1}{1-z}, \frac{1}{1+z}$ .

**Задание 7.** Формула для определения радиуса сходимости ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ .

**Задание 8.** Написать общий вид ряда Лорана.

#### Б. Интегральная формула Коши

1. Вычислить интеграл  $\oint_C \frac{e^z dz}{(z-i)^3}$ , где  $C$  – произвольный замкнутый контур, однократно обходящий точку  $i$  в положительном направлении.

2. Вычислить интеграл  $\oint_{|z-2|=2} \frac{2z^3+1}{(z-1)^4} dz$ .

3. Вычислить  $\oint_C \frac{dz}{z^2+9}$ , если: а) точка  $3i$  лежит внутри контура  $C$ , а точка  $-3i$  – вне его, б) точка  $-3i$  лежит внутри контура  $C$ , а точка  $3i$  – вне его.

4. Применяя формулу Коши, вычислить интегралы: а)  $\oint_C \frac{z^3 dz}{z-1}$ , б)  $\oint_C \frac{z dz}{z^4-1}$ , где  $C$  – окружность с центром в точке 2 и радиусом 2.

5. Вычислить интегралы по окружностям: а)  $\oint_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{z+i}$ , б)  $\oint_{|z-1|=2} \frac{\sin z}{z} dz$ ,

в)  $\oint_{|z+2|=2} \frac{z dz}{z^2-1}$ .

6. Вычислить  $\int_C z^3 dz$ , где  $C$  – четверть окружности  $|z|=1, 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}$ .

7. Вычислить  $\int_{-i}^i |z| dz$  вдоль полуокружности  $|z|=1, \operatorname{Re} z \geq 0$ .

8. Вычислить интегралы вдоль кривой  $C$  – части окружности  $|z| = 2$ , лежащей в полуплоскости  $\text{Im } z \leq 0$  и пробегаемой от точки  $z_1 = -2$  до точки  $z_2 = 2$  в случаях: а)  $\int_C |z| dz$ , б)  $\int_C z|z| dz$ , в)  $\int_C (2x - 3iy) dz$ .

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

### Вопросы к зачету

1. Комплексные числа, действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел, сопряженные числа.
2. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Модуль и аргумент, их свойства.
3. Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами. Разложение многочлена на линейные множители.
4. Теорема о корнях многочлена  $n$ -ой степени с комплексными коэффициентами. Простые и кратные корни.
5. Извлечение корня степени из комплексного числа.
6. Показательная (экспоненциальная) функция, ее свойства. Формулы Эйлера и Муавра.
7. Уравнения прямой и окружности в комплексной форме.
8. Окрестность точки в  $\mathbb{C}$ , область в комплексной плоскости.
9. Предельные и граничные точки множеств в  $\mathbb{C}$ .
10. Открытые, замкнутые, ограниченные множества в  $\mathbb{C}$ .
11. Числовые последовательности с комплексными членами. Предел последовательности, его свойства.
12. Предел и непрерывность ФКП. Непрерывность элементарных функций.
13. Степенная функция, ее свойства.
14. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного аргумента, связь между ними.
15. Неограниченность функций  $\sin z$ ,  $\cos z$  в комплексной плоскости.
16. Периодичность показательной функции и функций  $\text{ch } z$ ,  $\text{sh } z$ .
17. Дифференцируемость ФКП, ее связь с непрерывностью.
18. Условия Коши-Римана. Выражение комплексной производной  $f'(z)$  через частные производные от  $\text{Re } f(z)$  и  $\text{Im } f(z)$ .
19. Свойства производных. Производная сложной функции.
20. Аналитические функции, их свойства.
21. Гармонические функции, их связь с аналитическими функциями.
22. Однозначные и многозначные аналитические функции.
23. Обратные функции. Теорема об аналитичности обратной функции.
24. Однолиственность, области однолиственности функций  $w = z^n$ ,  $w = e^z$ .
25. Функции «корень  $n$ -ой степени» и «логарифм» комплексного аргумента.
26. Параметрическое уравнение кривой в  $\mathbb{C}$ . Уравнение окружности  $|z - a| = r$  в параметрической форме.
27. Интегрирование ФКП вдоль непрерывной кривой. Свойства интеграла.
28. Метод замены переменной в комплексном интеграле.
29. Независимость интеграла от пути интегрирования в односвязной области.
30. Интегрирование по замкнутому контуру. Теорема Коши.
31. Ряды с комплексными членами. Необходимое условие сходимости числового ряда.
32. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора в круге  $|z - z_0| < r$ .

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

*Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.*