МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение инклюзивного высшего образования
«Российский государственный университет социальных технологий»
(ФГБОУ ИВО «РГУ СоцТех»)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
Б1.О.05 Алгебра и геометрия
наименование дисциплины

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
шифр и наименование направления подготовки

Вычислительная математика и информационные технологии
направленность (профиль)

Москва 2024

Содержание

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «**А Л Г Е Б Р А и Г Е О М Е Т Р И Я**»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код компетенции	**Наименование результата обучения**
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.
ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат
	ПК-2.1. Знает основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа. ПК-2.2. Умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов. ПК-2.3. Владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл. 2).

Таблица 2 - Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины:

Код компетенции	Уровень освоения компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Вид учебных занятий[1], работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций[2]	Контролируемые разделы и темы дисциплины[3]	Оценочные средства, используемые для оценки уровня сформированности компетенции[4]
ОПК – 1 *ПК-2*		Знает			
	Недостаточный уровень	Студент не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины. ОПК-1. Студент не знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. ПК-2. Студент не знает теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования, основные теоремы и формулы математического анализа,	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	Раздел 1. Матрицы и определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные	Текущий контроль – опрос, контрольная работа.

[1] Лекционные занятия, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа…
[2] Необходимо указать активные и интерактивные методы обучения (например, интерактивная лекция, работа в малых группах, методы мозгового штурма и т.д.), способствующие развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.
[3] Наименование темы (раздела) берется из рабочей программы дисциплины.
[4] Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:
«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест…
«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая) игра, портфолио.

		геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа.		и квадратичные формы	
	Базовый уровень	Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет пробелы в усвоении материала. ОПК-1.1. Студент имеет несистематизированные знания основ математики, физики, вычислительной техники и программирования ПК-2.1. Студент имеет несистематизированные знания основ теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования, функционального анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	Раздел 1. Матрицы и определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные и квадратичные формы	Текущий контроль – опрос, контрольная работа.
	Средний уровень	Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. ОПК-1.1. Знает основы математики, физики,	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	Раздел 1. Матрицы и определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и	Текущий контроль – опрос, контрольная работа.

		вычислительной техники и программирования. ПК-2.1. Студент знает основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.		поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные и квадратичные формы	
	Высокий уровень	Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале и способен дать краткую характеристику основным идеям проработанного материала дисциплины. ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. ПК-2.1. основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	Раздел 1. Матрицы и определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы	Текущий контроль – опрос, контрольная работа.

		и имитационного моделирования. Показывает глубокое знание и понимание основных теорем и формул математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа.		матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные и квадратичные формы	
		Умеет			
	Базовый уровень	ОПК-1.2. Студент имеет затруднения при решении стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний; методов математического анализа и моделирования. ПК-2.2. Студент имеет затруднения при применении основных теорем и формул математического анализа, геометрии, дискретной математики.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	Раздел 1. Матрицы и определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные и квадратичные формы	Текущий контроль – опрос, контрольная работа.
	Средний	Студент способен	Лекционные и практические	Раздел 1. Матрицы и	Текущий контроль –

	уровень	самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. Допускает незначительные ошибки. ПК-2.2. Умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики. Допускает незначительные ошибки.	занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные и квадратичные формы	опрос, контрольная работа.
	Высокий уровень	Студент умеет анализировать элементы, устанавливать связи между ними. ОПК-1.2. Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале. Умеет самостоятельно решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	Раздел 1. Матрицы и определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры	Текущий контроль – опрос, контрольная работа.

		анализа и моделирования. ПК-2.2. Студент способен дать краткую характеристику основным идеям проработанного материала дисциплины. Показывает глубокое знание и понимание основных теорем и формул математического анализа, геометрии, дискретной математики.		Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные и квадратичные формы	
		Владеет			
	Базовый уровень	ОПК-1.3. Студент владеет основными навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности. ПК-2.3. Студент владеет основными методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	Раздел 1. Матрицы и определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные и квадратичные формы	Текущий контроль – опрос, контрольная работа.
	Средний	ОПК-1.3. Студент владеет	Лекционные и практические	Раздел 1. Матрицы и	Текущий контроль –

	уровень	знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности. ПК-2.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные и квадратичные формы	опрос, контрольная работа.
	Высокий уровень	Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией всего изученного материала. ОПК-1.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации, подготовка и сдача экзамена.	Раздел 1. Матрицы и определители Раздел 2. Системы линейных уравнений Раздел 3. Векторная алгебра Раздел 4. Уравнения линий и поверхностей Раздел 5. Линейные образы на плоскости и в пространстве Раздел 6. Линии II-го порядка Раздел 7. Поверхности II-го порядка Раздел 8. Алгебраические структуры	Текущий контроль – опрос, контрольная работа.

		ПК-2.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.		Раздел 9. Линейные пространства Раздел 10. Евклидовы и унитарные пространства Раздел 11. Линейные операторы Раздел 12. Канонические формы матрицы линейного оператора Раздел 13. Линейные, билинейные и квадратичные формы	

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Таблица 3

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценивание результатов обучения по дисциплине Алгебра и геометрия осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 4.

Таблица 4.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

Задания в форме опроса:

Опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения терминологии. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия, института, категории, ответ предоставляется в устной или письменной форме, в зависимости от того, как запланировано в рабочей программе по данной дисциплине.

Задания в форме практических работ

Практическая работа представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в индивидуальном выполнении обучающимся практических заданий для оценки полученных знаний, умений и владений компетенциями, формируемыми по данной дисциплине.

Выполнение практических работ является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задания типового вида и задания творческого характера, по результатам выполнения практических заданий обучающие оформляют отчеты, содержащие анализ полученных результатов и выводы.

5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Контрольные задания:

Семестр 1

1. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} =$

- ○ $a_{11} \cdot a_{12} - a_{21} \cdot a_{22}$
- ○ $a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$
- ○ $a_{11} \cdot a_{22} + a_{21} \cdot a_{12}$
- ○ $a_{11} \cdot a_{21} - a_{12} \cdot a_{22}$

2. По правилу треугольника $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$

- ○ $a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} + a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$
- ○ $a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} - a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} - a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} + a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$

- $a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} - a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$
- $a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} - a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} + a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} + a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$

3. Минором M_{ij} элемента a_{ij} определителя третьего порядка называется определитель второго порядка, получающийся из данного определителя

- вычеркиванием любой строки и столбца, в котором стоит данный элемент
- вычеркиванием строки, в которой стоит данный элемент и любого столбца
- вычеркиванием любой строки и любого столбца
- вычеркиванием строки и столбца, на пересечении которых стоит данный элемент

4. Для элемента a_{ij} определителя третьего порядка алгебраическое дополнение этого элемента $A_{ij} =$

- $(-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$
- $(-1)^{i-j} \cdot M_{ij}$
- $(-1)^{i} \cdot M_{ij}$
- $(-1)^{j} \cdot M_{ij}$

5. По теореме Лапласа $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$

- $a_{11} \cdot A_{11} + a_{22} \cdot A_{22} + a_{33} \cdot A_{33}$
- $a_{11} \cdot A_{12} + a_{12} \cdot A_{23} + a_{13} \cdot A_{32}$
- $a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13}$
- $a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{22} + a_{13} \cdot A_{33}$

6. Определитель $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$ равен

- -2
- 22
- -22
- 2

7. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ равен

- 8
- -8

- 6
- -6

8. Определитель равен нулю, если

- элементы какой–нибудь строки определителя равны элементам какого-нибудь столбца
- элементы одной строки (столбца) определителя соответственно равны элементам другой строки (столбца)
- элементы каких-нибудь строк пропорциональны
- элементы каких-нибудь столбцов пропорциональны

9. Определитель не изменится, если

- переставить местами две строки
- переставить местами два столбца
- строки определителя заменить столбцами, а столбцы - соответствующими строками
- поделить элементы какой-нибудь строки (столбца) на их общий делитель

10. Определитель треугольного вида равен

- произведению элементов главной диагонали
- сумме элементов главной диагонали
- произведению элементов побочной диагонали
- сумме элементов побочной диагонали

11. Матрица называется квадратной, если

- число ее строк меньше числа столбцов
- число ее строк равно числу столбцов
- число строк больше числа столбцов
- все элементы главной диагонали нули

12. Если все недиагональные элементы квадратной матрицы равны нулю, то матрица называется

- нулевой
- единичной
- диагональной
- вырожденной

13. Если у диагональной матрицы все диагональные элементы равны единице, то матрица называется

- нулевой
- единичной
- диагональной
- вырожденной

14. Матрица любого размера, все элементы которой равны нулю, называется

- нулевой
- единичной
- диагональной
- вырожденной

15. Сумма матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ равна

- $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 11 \\ 4 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 & -7 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

16. Произведение матриц AB, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ равно

- $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 7 & 3 \\ 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 7 \\ 16 & 10 & 4 \\ 13 & 5 & 7 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 6 & 7 & 4 \\ 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 7 \\ 16 & 10 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

17. Матрица A^{-1} называется обратной по отношению к квадратной матрице А, если при умножении этой матрицы на данную как справа, так и слева получается

- нулевая матрица
- невырожденная матрица
- единичная матрица
- диагональная матрица

18. Обратная матрица существует тогда и только тогда, когда исходная матрица

- вырожденная
- невырожденная
- диагональная
- единичная

19. Матрица, обратная матрице А=$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ равна

- $\begin{pmatrix} 9/5 & -2/5 & -4/5 \\ 1/5 & 2/5 & -1/5 \\ -12/5 & 1/5 & 7/5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 9/5 & 2/5 & -4/5 \\ 1/5 & 2/5 & -1/5 \\ 12/5 & 1/5 & 7/5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 9/5 & 2/5 & -4/5 \\ 1/5 & 2/5 & 1/5 \\ -12/5 & 1/5 & 7/5 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} -9/5 & -2/5 & -4/5 \\ 1/5 & 2/5 & -1/5 \\ -12/5 & 1/5 & -7/5 \end{pmatrix}$

20. Система уравнений, имеющая хотя бы одно решение, называется

- совместной
- несовместной
- определенной
- неопределенной

21. Совместная система уравнений называется определенной, если она имеет

- более одного решения

- единственное решение
- хотя бы два решения
- не менее одного решения

22. Определитель системы линейных уравнений состоит
- из всех ее коэффициентов
- из коэффициентов при переменных
- из свободных коэффициентов
- из переменных

23. Вспомогательный определитель системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными Δ_i получается из определителя системы Δ
- заменой i-й строки столбцом свободных членов
- заменой i-го столбца столбцом свободных членов
- заменой i-й строки i-м столбцом
- заменой i-го столбца i-й строкой

24. Решением системы уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$ является
- (1,2,4)
- (2,1,4)
- (4,2,1)
- (4,1,2)

Итоговый тест.

Вариант № 1.

1. Длина вектора $\vec{a} = (x, y, z)$:

A) $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$;

B) $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 - y^2 - z^2}$;

C) $|\vec{a}| = x^2 + y^2 + z^2$;

D) $|\vec{a}| = |x^2 + y^2 + z^2|$;

E) $|\vec{a}| = \sqrt{x + y + z}$.

2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом:

A) $Ax + By + C = 0$;

B) $y = kx + b$;

C) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$;

D) $y-y_0=k(x-x_0)$;

E) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$.

3. Фокусное расстояние гиперболы:

A) $c=b^2-a^2$, если $a<b$;

B) $c=\sqrt{a^2+b^2}$;

C) $c=a^2-b^2$, если $a>b$;

D) $c=\sqrt{a^2-b^2}$, если $a<b$;

E) $c=\sqrt{a^2-b^2}$, если $a>b$.

4. Даны точки *A* (0; 3) и *B* (-4; 3). Найти точку *M* (x; y), делящую отрезок AB в отношении *AM*:*MB*=3.

A) $(-3;3)$;

B) $(3;-3)$;

C) $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$;

D) $(3;3)$;

E) $(-2;3)$.

5. Алгебраическое дополнение к элементу a_{12} в матрице $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$:

A) $A_{12}=-26$;

B) $A_{12}=-34$;

C) $A_{12}=34$;

D) $A_{12}=-8$;

E) $A_{12}=8$.

6. Даны векторы $\vec{a}(1;1;2)$ и $\vec{b}(1;-1;4)$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$.

A) 0;

B) 12;

C) -12;

D) 8;

E) 2.

7. Угол между векторами $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$:

A) 45^0;

B) 90^0;

C) 0^0;

D) 135^0;

E) 60^0.

8. Фокус гиперболы $144x^2 - 25y^2 = 3600$:

A) $c = 5$;

B) $c = 12$;

C) $c = \sqrt{119}$;

D) $c = 60$;

E) $c = 13$.

Вариант № 2.

1. Скалярное произведение векторов $\overline{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ и $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$:

A) $\overline{a} \cdot \overline{b} = |a|.|b| \sin\varphi$;

B) $\overline{a} \cdot \overline{b} = |a|.|b| tg\varphi$;

C) $\overline{a} \cdot \overline{b} = x_1x_2 - y_1y_2 - z_1z_2$;

D) $\overline{a} \cdot \overline{b} = x_1y_1 + x_2y_2 + z_1z_2$;

E) $\overline{a} \cdot \overline{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

2. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки:

A) $Ax + By + C = 0$;

B) $y = kx + b$;

C) $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$;

D) $y - y_0 = k(x - x_0)$;

E) $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$.

3. Эксцентриситет эллипса:

A) $\varepsilon = \frac{c}{a}$, если $a < b$;

B) $\varepsilon = c \cdot a$;

C) $\varepsilon = \frac{a}{c}$, если $a > b$;

D) $\varepsilon = \frac{c}{a}$, если $a > b$;

E) $\varepsilon = \frac{b}{a}$, если $a < b$.

4. Даны точки *A* (0; -1) и *B* (2; 2). Найти точку *M* (x; y), делящую отрезок AB в отношении *AM*:*MB*=1:2.

A) $(0;1)$;

B) $(0;-1)$;

C) $\left(0;\frac{2}{3}\right)$;

D) $\left(\frac{2}{3};0\right)$;

E) $\left(-\frac{2}{3};0\right)$.

5. Алгебраическое дополнение к элементу a_{32} в матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$:

A) $A_{32} = -23$;

B) $A_{32} = -20$;

C) $A_{32} = 17$;

D) $A_{32} = -17$;

E) $A_{32} = 20$.

6. Даны векторы $\vec{a}(0;-3;2)$ и $\vec{b}(-1;1;0)$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

A) 0;

B) 11;

C) -12;

D) -3;

E) 12.

7. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1;3)$ и образующей с осью OX угол 45^0.

A) $x-y-4=0$;

B) $3x-y+6=0$;

C) $2x-y+4=0$;

D) $x-y+4=0$;

E) $-x-y+2=0$.

8. Фокус гиперболы $5x^2-9y^2=45$:

A) $c=\sqrt{14}$;

B) $c=2$;

C) $c=\sqrt{5}$;

D) $c=4$;

E) $c=3$.

Вариант № 3.

1. Условие параллельности векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

A) $\overline{a}\cdot\overline{b}=\cos\varphi$;

B) $\overline{a}\cdot\overline{b}=0$;

C) $\overline{a}\cdot\overline{b}=|a||b|$;

D) $\overline{a}\cdot\overline{b}=|a|+|b|$;

E) $\overline{a}\cdot\overline{b}=1$.

2. Условие параллельности двух прямых $y=k_1x+b_1$ и $y=k_2x+b_2$:

A) $k_2=b_1$;

B) $k_2=-k_1$;

C) $k_2=k_1$;

D) $k_2=\dfrac{1}{k_1}$;

E) $k_2=-\dfrac{1}{k_1}$.

3. Эксцентриситет эллипса принимает значение:

A) $-1\le\varepsilon\le0$;

B) $\varepsilon\ge0$;

C) $0 \le \varepsilon \le 1$;

D) $\varepsilon > 1$;

E) $\varepsilon \ge 1$.

4. Алгебраическое дополнение к элементу a_{23} в матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$:

A) $A_{23} = -28$;

B) $A_{23} = 0$;

C) $A_{23} = 8$;

D) $A_{23} = -8$;

E) $A_{23} = 28$.

5. Даны три точки $A(1;0;1)$, $B(-1;1;2)$ и $C(0;2;-1)$. Найти точку $D(x;\ y;\ z)$, если $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

A) $(2;3;0)$;

B) $(2;-3;0)$;

C) $(-2;3;0)$;

D) $(0;2;3)$;

E) $(-2;-3;0)$.

6. Уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1;3)$ и $B(3;0)$:

A) $3x - 4y + 9 = 0$;

B) $y - x + 5 = 0$;

C) $3x + 4y - 9 = 0$;

D) $4x - 3y + 12 = 0$;

E) $-4x - 3y + 12 = 0$.

7. Фокус гиперболы $11x^2 - 25y^2 = 275$:

A) $c = \sqrt{14}$;

B) $c = 6$;

C) $c = 5$;

D) $c = \sqrt{11}$;

E) $c = 36$.

Вариант № 4.

1. Условие перпендикулярности векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

A) $\bar{a} \cdot \bar{b} = \cos\varphi$;

B) $\bar{a} \cdot \bar{b} = 0$;

C) $\bar{a} \cdot \bar{b} = |a||b|$;

D) $\bar{a} \cdot \bar{b} = |a| + |b|$;

E) $\bar{a} \cdot \bar{b} = 1$;

F) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$.

2. Условие перпендикулярности двух прямых $y = k_1 x + b_1$ и $y = k_2 x + b_2$:

A) $k_2 = b_1$;

B) $k_2 = -k_1$;

C) $k_2 = k_1$;

D) $k_2 = \frac{1}{k_1}$;

E) $k_2 = -\frac{1}{k_1}$.

3. Эксцентриситет гиперболы:

A) $\varepsilon = \frac{c}{a}$, если $a > b$;

B) $\varepsilon = c \cdot a$;

C) $\varepsilon = \frac{c}{b}$, если $a < b$;

D) $\varepsilon = \frac{c}{a}$, если a - вещественная полуось;

E) $\varepsilon = \frac{b}{a}$, если a - мнимая полуось.

4. Определитель 3-го порядка $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$:

A) 6;

B) 12;

C) 24;

D) 36;

E) 42.

5. Произведение матриц: $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$:

A) $\begin{pmatrix} 4 \\ 12 \end{pmatrix}$;

B) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;

C) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 10 & 4 \end{pmatrix}$.

D) невозможно;

E) $\begin{pmatrix} 4 & 12 \end{pmatrix}$.

6. Даны три точки $A(3; 3; -2)$, $B(0; -3; 4)$ и $C(0; -3; 0)$. Найти точку $D(x; y; z)$, если $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$:

A) $(3; 9; -6)$;

B) $(3; -9; 6)$;

C) $(-3; -3; 2)$;

D) $(0; 2; 3)$;

E) $(-3; -9; 6)$.

7. Уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1; 4)$ и $B(6; 5)$:

A) $2x + 3y - 10 = 0$;

B) $x - 5y + 19 = 0$;

C) $x - 7y + 29 = 0$;

D) $x - 5y + 20 = 0$;

E) $9x - 7y - 19 = 0$.

8. Фокус эллипса $5x^2 + 9y^2 = 45$:

A) $c = \sqrt{14}$;

B) $c = 2$;

C) $c = \sqrt{5}$;

D) $c = 4$;

E) $c=3$.

Вариант№ 5.

1. Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

A) $\cos\varphi=\dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|a|+|b|}$;

B) $tg\varphi=\dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|a|\cdot|b|}$;

C) $\cos\varphi=\dfrac{\bar{a}\cdot\bar{b}}{|a|\cdot|b|}$;

D) $\cos\varphi=|a|\cdot|b|$;

E) $\cos\varphi=\bar{a}\cdot\bar{b}$.

2. Расстояние от точки $M(x_0;y_0)$ до прямой $Ax+By+C=0$:

A) $d=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$;

B) $d=\dfrac{|Ax_0-By_0-C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$;

C) $d=\dfrac{\sqrt{A^2+B^2}}{|Ax_0+By_0+C|}$;

D) $d=|Ax_0+By_0+C|^2$;

E) $d=\sqrt{Ax_0+By_0+C}$.

3. Эксцентриситет гиперболы принимает значение:

A) $-1\le\varepsilon\le 0$;

B) $\varepsilon\ge 0$;

C) $0\le\varepsilon\le 1$;

D) $\varepsilon>1$;

E) $\varepsilon\ge 1$.

4. Определитель 3-го порядка: $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 3\\ 5 & 0 & -1\end{vmatrix}=$:

A) -29;

B) 22;

C) – 31;

D) 31;

E) 29.

5. Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, то произведение $A \cdot B =$:

A) $\begin{pmatrix} 10 \\ 12 \end{pmatrix}$;

B) $\begin{pmatrix} 10 & 11 \end{pmatrix}$;

C) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$;

D) $\begin{pmatrix} 10 \\ 11 \end{pmatrix}$;

E) невозможно.

6. При каком значении n данные векторы $\vec{a} = (2, -1, 3)$ и $\vec{b} = (1, 3, n)$ перпендикулярны?

A) 4;

B) -3;

C) $\frac{1}{3}$;

D) $-\frac{1}{3}$;

E) -4.

7. Уравнение прямой, параллельной прямой $y = 3x - 4$ и проходящей через точку $M(2;1)$.

A) $y = 3x - 10$;

B) $y = 3x$;

C) $y = 3x - 5$;

D) $y = \frac{1}{3}x + 1$;

E) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

8. Фокус эллипса $25x^2 + 169y^2 = 4225$:

A) $c = 5$;

B) $c = \sqrt{119}$;

C) $c = 12$;

D) $c = 144$;

E) $c = 13$.

Вариант № 6.

1. При умножении двух матриц размерностей $(m \times n) \cdot (n \times k)$ получится матрица размерности:

A) $(m \times n)$;

B) $(m \times k)$;

C) $(n \times k)$;

D) $(n \times m)$;

E) $(k \times m)$.

2. Каноническое уравнение окружности:

A) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;

B) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$;

C) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;

D) $y^2 = 2px$;

E) $(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$.

3. Определитель 3-го порядка $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \\ 9 & 2 & -5 \end{vmatrix} =$:

A) –15;

B) 30;

C) 15;

D) -30;

E) 0.

4. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(2; -3; 2)$ и $B(5; 3; 0)$:

A) 5;

B) 7;

C) 4;

D) $\sqrt{13}$;

E) 8.

5. При каких значениях m и n векторы $\vec{a} = (2, m, 3)$ и $\vec{b} = (6, 3, n)$ параллельны?

A) $m = 3, \quad n = 3$;

B) $m=1, \quad n=9$;

C) $m=9, \quad n=1$;

D) $m=3, \quad n=9$;

E) $m=1, \quad n=1$.

6. Уравнение прямой, параллельной прямой $2x+5y-1=0$ и проходящей через точку $A(-1;3)$.

A) $2x+5y-13=0$;

B) $2x+y-1=0$;

C) $2x+5y=0$;

D) $5x-2y+11=0$;

E) $5x-2y+10=0$.

7. Эксцентриситет эллипса $25x^2+9y^2=225$:

A) $\varepsilon=\frac{4}{3}$;

B) $\varepsilon=4$;

C) $\varepsilon=\frac{4}{5}$;

D) $\varepsilon=\frac{5}{3}$;

E) $\varepsilon=\frac{3}{5}$.

Вариант № 7.

1. Система линейных уравнений имеет единственное решение при применении метода Крамера, если:

A) $x_i=\frac{\Delta}{\Delta x_i}$, при $\Delta x_i \neq 0$;

B) $x_i=\Delta \cdot \Delta x_i$;

C) $x_i=\frac{\Delta x_i}{\Delta}$, при $\Delta \neq 0$;

D) $x_i=\frac{\Delta x_i}{\Delta}$, при $\Delta=0$ и $\Delta x_i \neq 0$;

E) $x_i=\frac{\Delta x_i}{\Delta}$, при $\Delta=0$ и $\Delta x_i=0$,

2. Каноническое уравнение эллипса:

A) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$;

B) $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$;

C) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$;

D) $y^2=2px$;

E) $(x+a)^2+(y+b)^2=R^2$.

3. Определитель 3-го порядка $\Delta=\begin{vmatrix}0 & 0 & -10\\ 0 & 7 & 10\\ 1 & 2 & 0\end{vmatrix}=$:

A) 25;

B) 70;

C) 80;

D) 50;

E) -70.

4. Найти длину вектора $\vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}$, если известны $\vec{a}=(6,2,1)$ и $\vec{b}=(0,-1,2)$:

A) 33;

B) 7;

C) 50;

D) 13;

E) 14.

5. При каких значениях m и n векторы $\vec{a}=(m,1,-1)$ и $\vec{b}=(6,3,n)$ параллельны?

A) $m=-3, \quad n=2$;

B) $m=2, \quad n=3$;

C) $m=2, \quad n=1$;

D) $m=2, \quad n=-3$;

E) $m=1, \quad n=-3$.

6. Уравнение прямой, перпендикулярной прямой $2x+5y-1=0$ и проходящей через точку $A(-1;3)$.

A) $2x+5y+11=0$;

B) $x-y-1=0$;

C) $2x+5y=0$;

D) $5x-2y+11=0$;

E) $5x-2y+10=0$.

7. Эксцентриситет эллипса $5x^2+9y^2=45$:

A) $\varepsilon = \frac{4}{3}$;

B) $\varepsilon = 4$;

C) $\varepsilon = \frac{4}{5}$;

D) $\varepsilon = \frac{2}{3}$;

E) $\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Вариант № 8.

1. Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы:

A) $A^{-1} \cdot X = B$;

B) $X = A \cdot B$;

C) $X = A^{-1} + B$;

D) $X = A^{-1} \cdot E$;

E) $X = A^{-1} \cdot B$.

2. Каноническое уравнение параболы:

A) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;

B) $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$;

C) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;

D) $y^2 = 2px$;

E) $(x+a)^2 + (y+b)^2 = R^2$.

3. Определитель Δ для системы уравнений: $\begin{cases} 2x - y - 2z = 8 \\ x + y + 2z = 11 \\ 4x + y + 4z = 22 \end{cases}$:

A) $\Delta = 8$;

B) $\Delta = 6$;

C) $\Delta = -8$;

D) $\Delta = 4$;

E) $\Delta = 1$.

4. Найти координаты вектора $\vec{c} = \frac{1}{3}\vec{a} - 3\vec{b}$, если известны $\vec{a} = \left(3,\ 21,\ \frac{3}{2}\right)$ и $\vec{b} = \left(0,\ 4,\ \frac{1}{6}\right)$:

A) $(0, 1, 5)$;
B) $(1, -5, 0)$;
C) $(0, -5, 1)$;
D) $(-1, 5, 0)$;
E) $\left(-1, 5, \frac{1}{2}\right)$.

5. Угол между векторами $\vec{a} = 8\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{k}$:

A) 90^0;

B) 30^0;

C) 0^0;

D) 45^0;

E) 60^0.

6. Уравнение прямой, перпендикулярной прямой $y = 3x - 4$ и проходящей через точку $M(2;1)$.

A) $y = 3x - 5$;

B) $y = -\frac{1}{3}x$;

C) $y = 3x - 10$;

D) $y = \frac{1}{3}x + 1$;

E) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

A) 3;

B) 0;

C) $\frac{1}{3}$;

D) 1;

E) ∞.

Вариант № 9.

1. Общее уравнение прямой:

A) $Ax + By + C = 0$;

B) $y = kx + b$;

C) $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$;

D) $y-y_0=k(x-x_0)$;

E) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$.

2. Каноническое уравнение гиперболы:

A) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$;

B) $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$;

C) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$;

D) $y^2=2px$;

E) $(x+a)^2+(y+b)^2=R^2$.

3. Даны вершины треугольника *A* (-1; -1), *B* (0; -6) и *C* (-10; -2). Найти длину медианы, проведенной из вершины *A*.

A) 0;

B) 1;

C) 2;

D)& 5;

E) 4.

4. Определитель Δy для системы уравнений: $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=3 \\ -x+y+z=7 \end{cases}$:

A) $\Delta y=-6$;

B) $\Delta y=0$;

C) $\Delta y=20$;

D) $\Delta y=-9$;

E) $\Delta y=14$.

5. Даны точки $A(1;0;1)$, $B(-1;1;2)$, $C(0;2;-1)$ и $D(-2;3;0)$. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=$:

A) 6;

B) -2;

C) 0;

D) 2;

E) 7.

6. Угол между векторами $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$:

A) 45^0;

B) 30^0;

C) 0^0;

D) 90^0;

E) 60^0.

Вариант № 10.

1. Уравнение прямой в отрезках:

A) $Ax + By + C = 0$;

B) $y = kx + b$;

C) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;

D) $y - y_0 = k(x - x_0)$;

E) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$.

2. Фокусное расстояние эллипса:

A) $c = b^2 - a^2$, если $a < b$;

B) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$;

C) $c = a^2 - b^2$, если $a > b$;

D) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, если $a < b$;

E) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, если $a > b$.

3. Даны вершины треугольника *A* (2; 4), *B* (0; 3) и *C* (6; 8). Найти длину медианы, проведенной из вершины *B*.

A) 0;

B) 1;

C) 2;

D) 4;

E) 5.

4. Определитель Δx для системы уравнений: $\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 4z = 1 \\ -x + 6y + z = 5 \end{cases}$:

A) $\Delta x = 0$;

B) $\Delta x = 42$;

C) $\Delta x = 1$;

D) $\Delta x = -1$;

E) $\Delta x = -42$.

5. Даны точки $A(3; 3; -2)$, $B(0; -2; -4)$, $C(0; 3; 0)$ и $D(0; 2; 4)$. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} =$:

A) 6;

B) -3;

C) 0;

D) 2;

E) 7.

11. Угол между векторами $\vec{a} = 9\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$:

A) 60^0;

B) 30^0;

C) 0^0;

D) 45^0;

E) 90^0.

Контролируемые компетенции: ОПК-1, ПК-2

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Комплект разноуровневых заданий

Тема 1. Матрицы и определители. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

1 Задание репродуктивного уровня
2, 3 и 4 Задания реконструктивного уровня
5 Задание творческого уровня

Вариант 1

1. Найдите матрицу S=(2A+C)*M, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение AX=B

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 14 & 7 & 13 \\ -4 & -5 & 3 \\ 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:
а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -11 \\ 4x - 2y + 3z = -14 \\ 6x - y - 5z = 23 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 4 \\ 2x - 4y + 5z = 7 \\ 4x + 2y + z = 15 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найдите матрицу S=D*(C-2A), если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 \\ 3 & 5 & -2 & 1 \\ 0 & -4 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение AX=B

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 15 & 1 & 10 \\ 3 & 6 & -1 \\ 14 & 5 & 11 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:
а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 5z = -14 \\ 3x + 2y - z = 3 \\ 2x - 2y + 3z = 10 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 9 \\ x + 3y + 2z = 2 \\ x - 2y - 6z = 5 \end{cases}$$

Вариант 3

1. Найдите матрицу S=(A+2C)*K, если

$$A=\begin{pmatrix}2 & -3 & -1\\ 3 & 1 & 5\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}1 & 4 & 1\\ -1 & -2 & 1\\ 3 & 2 & 2\end{pmatrix};\quad K=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 0\\ 4 & -3\end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix}2 & 3 & 0 & -1\\ 3 & 5 & 1 & -4\\ 2 & 1 & -1 & -3\\ 3 & 4 & -2 & 2\end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение AX=B

$$\begin{pmatrix}3 & 3 & -2\\ 1 & 2 & 4\\ 2 & 3 & -5\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}0 & 3 & -2\\ 14 & 16 & 3\\ -11 & -8 & -6\end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases}3x-y+3z=-4\\ 2x+2y+3z=-11\\ 3x+5y+z=-10\end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases}2x-6y-3z=-2\\ 3x-2y-z=2\\ 4x+2y+z=6\end{cases}$$

Вариант 4

1. Найдите матрицу S=C*(A-3M), если

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 2 & 3\\ 1 & -6\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}1 & 0 & -3\\ 4 & -2 & -1\\ -5 & 1 & 2\end{pmatrix};\quad M=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -4 & 5\\ 0 & -3\end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix}3 & 4 & -2 & 1\\ 1 & -1 & 2 & 5\\ 3 & 2 & 0 & 3\\ 1 & -5 & 3 & 2\end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение AX=B

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 3 & 2\end{pmatrix}X=\begin{pmatrix}0 & -1 & 3\\ 2 & 1 & 3\\ 3 & 1 & 5\end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:
а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = -1 \\ 2x + y - 5z = -19 \\ 4x - 3y - 3z = 7 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 1 \\ 2x + y - 5z = 8 \\ 4x + 3y + 13z = -6 \end{cases}$$

Вариант 5

1. Найдите матрицу S=(B+3C)*D, если

$$B = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение XA=B

$$X\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -2 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 0 \\ 3 & 14 & -2 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:
а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x - 3y + 4z = 8 \\ 2x - 5y + 2z = -5 \\ 6x + y - z = 19 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 4y + 3z = 10 \\ 5x - 2y + z = 4 \\ x + 10y + 5z = 16 \end{cases}$$

Вариант 6

1. Найдите матрицу S=2(D-C)*B, если

$$D=\begin{pmatrix}1 & -3 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ -6 & 1 & 4\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}0 & 2 & 1\\ -6 & 4 & 2\\ 1 & 3 & -2\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}1-2\\ 4\ 5\\ 5-5\end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix}3 & 3 & 2 & 1\\ 1 & 5 & 1 & 2\\ 0 & -3 & 4 & -1\\ -2 & 1 & -2 & 1\end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение XA=B

$$X\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 5 & -4 & -1\\ -3 & 2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & 6 & 2\\ 6 & -2 & -4\\ -6 & 10 & -2\end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:
а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases}4x+y-5z=9\\ 3x+2y-z=12\\ 2x-2y+3z=5\end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases}3x+2y+4z=0\\ 2x+y-5z=0\\ 4x+3y+13z=0\end{cases}$$

Вариант 7

1. Найдите матрицу S=C*(2A-B), если

$$A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ -3 & 0\\ -2 & 5\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\ 4 & -2 & 2\\ -4 & 0 & -2\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ 1 & -5\\ -7 & 6\end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix}1 & 5 & -3 & 1\\ 1 & -1 & 3 & 2\\ 2 & 0 & 4 & 5\\ 2 & -3 & 3 & 1\end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение XA=B

$$X\begin{pmatrix}2 & 4 & -1\\ -3 & 5 & 1\\ 1 & 2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 20 & 2\\ -4 & 3 & -1\\ -2 & 29 & 2\end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:
а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 0 \\ 2x + y - 5z = -8 \\ 4x - 3y - 3z = -20 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 2x - 6y - 3z = 0 \\ 3x - 2y - z = 0 \\ 4x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

Вариант 8

1. Найдите матрицу S=(2B-C)*A, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}; \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 & -2 \\ 3 & 6 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение AX=B

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 7 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -3 \\ 4x - 2y + 3z = 4 \\ 6x - y - 2z = 25 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \\ x - 2y - 6z = 0 \end{cases}$$

Вариант 9

1. Найдите матрицу S=M*(2A+C), если

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 6\\ 1 & 2\\ 3 & -1\end{pmatrix};\quad M=\begin{pmatrix}-4 & 4 & 3\\ 0 & 4 & 1\\ 2 & -2 & -5\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 4 & 5\\ -1 & 4\end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix}2 & 2 & 3 & -2\\ 3 & -5 & 1 & -1\\ 4 & -1 & 2 & 1\\ 3 & -1 & 0 & 2\end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение XA=B

$$X\begin{pmatrix}3 & 2 & -1\\ 2 & 2 & 0\\ -1 & 1 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & 10 & 10\\ 1 & 4 & 5\\ & & \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:
а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases}3x-y+3z=12\\ 2x+2y+3z=2\\ 3x+5y+z=-10\end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases}3x+4y+3z=10\\ 5x-2y+z=4\\ x+10y+5z=16\end{cases}$$

Вариант 10

1. Найдите матрицу S=B*(A+3C), если

$$A=\begin{pmatrix}-5 & 2\\ 1 & -2\\ 5 & -3\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 4 & 7 & -5\\ -3 & 2 & 4\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}4 & -3\\ -1 & 0\\ 5 & 4\end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix}2 & 1 & 0 & -1\\ -1 & 3 & 4 & 3\\ 3 & -1 & 2 & -4\\ 2 & 2 & 5 & 1\end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение XA=B

$$X\begin{pmatrix}1 & -3 & 4\\ 2 & 3 & 1\\ 3 & 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & -3 & 14\\ 8 & -3 & 3\\ & & \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x - 3y + 4z = -13 \\ 2x - 5y + 2z = -9 \\ 6x + y - z = 17 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 0 \\ 2x - 4y + 5z = 0 \\ 4x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

Тема 2. Элементы матричного анализа. Аналитическая геометрия.

1 Задание реконструктивного уровня
2 Задание творческого уровня

Вариант 1

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1; 1; -1\}$, $\bar{b} = \{2; 3; -1\}$, $\bar{c} = \{-3; 2; 3\}$, $\bar{x} = \{0; 6; 1\}$. Доказать, что векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD
ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(1,1,1); B(2,2,2); C(2,3,4); D(2,4,7)

Вариант 2

1. Даны векторы $\bar{a} = \{3; -3; 1\}$, $\bar{b} = \{1; 1; 2\}$, $\bar{c} = \{2; -1; 4\}$, $\bar{x} = \{6; -3; 7\}$. Доказать, что векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD
ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(1,2,3); B(2,3,1); C(2,4,6); D(4,7,6)

Вариант 3

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1, -1{,}2\}$ и $\bar{b} = \{2, -2{,}1\}$. Найти проекцию $\bar{c}$=3$\bar{a}$+$\bar{b}$ на направление вектора $\bar{b}$.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD
ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(0,0,0); B(-1,4,7); C(0,2,8); D(1,-2,-1)

Вариант 4

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1; -1; -2\}$, $\bar{b} = \{2; 1; 3\}$, $\bar{c} = \{3; 1; -1\}$, $\bar{x} = \{6; 1; 0\}$. Доказать, что векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD
ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(0,1,-1); B(1,2,-2); C(1,0,0); D(-1,2,0)

Вариант 5

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1; 1; -3\}$, $\bar{b} = \{3; 3; -2\}$, $\bar{c} = \{-2; -4; 1\}$, $\bar{x} = \{2; 0; -4\}$. Доказать, что векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD

ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(7,2,4); B(7,-1,-2); C(3,3,1); D(-4,2,1)

Вариант 6

1. При каких значениях α и β векторы $\bar{a}$=-2$\bar{\imath}$+3$\bar{\jmath}$+$\alpha\bar{k}$ и $\bar{b}$=$\beta\bar{\imath}$-6$\bar{\jmath}$+2$\bar{k}$ коллинеарны?

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD
ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(0,0,0); B(1,1,1); C(1,2,3); D(1,3,6)

Вариант 7

1. Даны векторы $\bar{a}=\{1;-1;4\}$, $\bar{b}=\{2;-2;3\}$, $\bar{c}=\{1;4;-2\}$, $\bar{x}=\{4;1;5\}$. Доказать, что векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD
ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(0,0,0); B(1,2,3); C(1,1,-2); D(3,5,3)

Вариант 8

1. Даны векторы $\bar{a}=\{1;-2;2\}$, $\bar{b}=\{3;1;-1\}$, $\bar{c}=\{4;-1;2\}$, $\bar{x}=\{8;-2;3\}$. Доказать, что векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK

г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD
ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(0,1,2); B(1,2,3); C(1,3,5); D(1,4,8)

Вариант 9

1. Даны векторы $\bar{a} = \{3; -1; 2\}$, $\bar{b} = \{4; 3; 1\}$, $\bar{c} = \{-2; 2; 0\}$, $\bar{x} = \{5; 4; 3\}$. Доказать, что векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD
ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(1,1,-1); B(2,3,2); C(2,2,-3); D(4,6,2)

Вариант 10

1. Даны векторы $\bar{a} = \{4; 2; 1\}$, $\bar{b} = \{-3; -1; 2\}$, $\bar{c} = \{2; 2; -1\}$, $\bar{x} = \{3; 3; 2\}$. Доказать, что векторы $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
а) площадь основания ABC
б) уравнение высоты тетраэдра DK
в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
г) расстояние от точки C до грани ABD
д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
е) длину ребра BD
ж) объем тетраэдра ABCD
з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
A(1,-1,0); B(0,3,7); C(1,1,8); D(2,-3,-1)

Контролируемые компетенции: ОПК-1, УК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Вопросы к экзамену
I семестр.

Литература:

Ефимов Н.В., Краткий курс аналитической геометрии. М., «Физматгиз», 2005.

Клетеник Д.В., Сборник задач по аналитической геометрии. М., «Физматгиз», 2004.

1. Понятие матрицы второго порядка. Определители 2-го порядка.
2. Системы линейных уравнений 2-го порядка.
3. Однородные системы двух линейных уравнений с 3-мя неизвестными.
4. Понятие матрицы третьего порядка. Определители 3-го порядка − понятие минора, алгебраического дополнения, определителя.
5. Определители 3-го порядка. Свойства.
6. Системы линейных уравнений 3-го порядка.
7. Однородные системы линейных уравнений 3-го порядка.
8. Прямоугольные системы координат на плоскости и в пространстве.
9. Понятие вектора. Проекция вектора на ось.
10. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису на плоскости и в пространстве.
11. Скалярное произведение векторов. Свойства. Вычисление скалярного произведения в координатах.
12. Векторное произведение векторов. Свойства. Вычисление векторного произведения в координатах.
13. Смешанное произведение векторов. Свойства. Вычисление смешанного произведения в координатах. Условие компланарности 3-х векторов.
14. Понятие линии. Понятие уравнения линию.
15. Задача о пересечении двух линий.
16. Параметрическое уравнение линии.
17. Прямая на плоскости – общее уравнение, уравнение с угловым коэффициентом.
18. Исследование общего уравнения прямой на плоскости. Уравнение прямой в отрезках.
19. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности 2-х прямых.
20. Уравнение прямой проходящей через заданную точку в данном направлении.
21. Уравнение прямой проходящей через две точки.
22. Расстояние между точкой и прямой на плоскости.
23. Совместное исследование уравнений двух прямых на плоскости.
24. Уравнение прямой в полярных координатах.
25. Нормальное уравнение прямой. Расстояние между точкой и прямой на плоскости.
26. Уравнение пучка прямых.
27. Общее уравнение плоскости.
28. Исследование общего уравнения плоскости.
29. Уравнение плоскости в отрезках.
30. Угол между двумя плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности 2-х плоскостей.
31. Уравнение плоскости проходящей через три точки.
32. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
33. Уравнение прямой в пространстве – каноническое, параметрическое, общее.
34. Угол между двумя прямыми в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности 2-х прямых.
35. Уравнение прямой проходящей через две точки.
36. Угол между прямой и плоскости.
37. Пересечение прямой и плоскости.

38. Расстояние от точки до плоскости в пространстве.
39. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
40. Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса.
41. Исследование формы эллипса.
42. Эксцентриситет эллипса.
43. Рациональное выражение фокальных радиусов эллипса.
44. Параметрическое уравнение эллипса.
45. Директрисы эллипса.
46. Касательная к эллипсу.
47. Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы.
48. Исследование формы гиперболы. Асимптоты гиперболы.
49. Эксцентриситет гиперболы.
50. Рациональное выражение фокальных радиусов гиперболы.
51. Директрисы гиперболы.
52. Касательная к гиперболе.
53. Определение параболы. Каноническое уравнение параболы.
54. Исследование формы параболы.
55. Касательная к параболе.
56. Преобразование прямоугольных координат при параллельном сдвиге осей.
57. Преобразование прямоугольных координат при повороте осей.
58. Преобразование прямоугольных координат при переносе начала координат и повороте осей.
59. Исследование общего уравнения 2-го порядка –
 а) эллиптический тип;
 б) гиперболический тип;
 в) параболический тип.
60. Поверхности второго порядка:
 а) эллипсоид;
 б) гиперболоиды;
 в) конус;
 г) параболоиды;
 д) цилиндры

II семестр.

Литература:

Беклемишев Д.В.
Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М., «Физматлит», 2004.
Беклемишева Л.А., Петрович Ф.Ю., Чубаров И.А.
Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М., «Физматлит», 2003.
Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И., Шикин Е.В., Заляпин В.И., Соболев С.К.
Высшая математика, т. I, М., «Эдиториал УРСС», 2000.
Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А.
Линейная алгебра в вопросах и задачах, М., «Физматлит», 2002.
Малугин В.А.
Линейная алгебра – курс лекций, М., «Эксмо», 2006.
Малугин В.А.
Линейная алгебра – задачи и упражнения, М., «Эксмо», 2006.
Ким Г.Д., Крицков Л.В.
Алгебра и аналитическая геометрия, − теоремы и задачи, т. I, М., «Зерцало-М», 2003.

Проскуряков И.В.
Сборник задач по линейной алгебре, М., «Наука», 1970.

1. Понятие матрицы, ее размерности. Понятие строки матрицы, понятие столбца матрицы.
2. Понятие матрицы строки. Понятие матрицы столбца.
3. Понятие квадратной матрицы. Понятие главной диагонали квадратной матрицы Понятие единичной матрицы.
4. Равенство матриц.
5. Сложение матриц.
6. Умножение матрицы на число.
7. Умножение матриц. Умножение квадратных матриц. Свойства.
8. Транспонирование матриц. Свойства.
9. О порядке суммирования.
10. Линейное пространство строк. Понятие линейной комбинации строк. Линейная зависимость и независимость строк матрицы.
11. Элементарное преобразование матриц.
12. Приведение матрицы к ступенчатому виду при помощи элементарных преобразований.
13. Матрицы элементарных преобразований.
14. Понятие определителя матриц первого, второго и третьего порядков.
15. Понятие определителя матрицы n-го порядка. Понятие минора и алгебраического дополнения.
16. Свойства определителя.
17. Вычисление определителя.
18. Понятие обратной матрицы.
19. Свойства обратных матриц.
20. Метод Жордана нахождения обратной матрицы.
21. Способ построения обратной матрицы методом Жордана.
22. Понятие минора k-го порядка.
23. Понятие ранга матрицы.
24. Понятие базисного минора. Понятие базисных строк и столбцов
25. Основные понятия.
26. Теорема Кронекера-Капелли.
27. Эквивалентные линейные системы.
28. Метод Гаусса.
29. Метод Крамера.
30. Однородные линейные системы.
31. Неоднородные линейные системы.
32. Определение линейного пространства. Примеры линейных пространств.
33. Простейшие свойства линейных пространств.
34. Линейные подпространства. Примеры линейных подпространств.
35. Простейшие свойства линейных подпространств.
36. Сумма и пересечение линейных подпространств.
37. Свойства суммы и пересечения линейных подпространств.
38. Понятие линейной оболочки.
39. Основные свойства линейной оболочки.
40. Линейная зависимость.
41. Базис. Размерность.
42. Замена базиса.
43. Евклидовы пространства.
44. Неравенство Коши-Буняковского. Неравенство треугольника.

45. Понятие угла между элементами евклидового пространства. Понятие ортонормированной системы элементов.
46. Метод ортогонализации. Понятие ортонормированного базиса.
47. Ортогональное дополнение.
48. Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами.
49. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
50. Тригонометрическая форма комплексного числа.
51. Формула Муавра.
52. Понятие корня n-ой степени из комплексного числа. Формула для вычисления корня n-ой степени из комплексного числа.
53. Показательная форма комплексного числа.
54. Понятие линейного преобразования. Примеры.
55. Понятие образа линейного преобразования. Ранг линейного преобразования.
56. Понятие ядра линейного преобразования. Дефект линейного преобразования.
57. Теорема о построении линейного отображения.
58. Сложение линейных отображений. Умножение линейного отображения на число.
59. Понятие линейного оператора. Понятие произведения линейных операторов. Теорема о линейности произведения линейных операторов.
60. Понятие обратного оператора. Теорема об обратимости линейного оператора.
61. Понятие о матрице линейного оператора. Примеры.
62. Матрицы суммы и произведения линейных операторов.
63. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
64. Понятие собственного значения и собственного элемента линейного отображения. Примеры.
65. Понятие характеристическое уравнение линейного отображения. Теорема о независимости характеристического уравнения линейного отображения от базиса.
66. Понятие сопряженного оператора. Матрица сопряженного оператора. Примеры.
67. Свойства операции сопряжения.
68. Понятие самосопряженного (симметричного) оператора. Матрица самосопряженного оператора.
69. Свойства самосопряженного оператора.
70. Теорема о собственных значениях самосопряженного оператора.
71. Теорема о собственных элементах самосопряженного оператора.
72. Положительно определенные самосопряженные операторы.
73. Понятие квадратичной формы. Примеры.
74. Связь между квадратичными формами и самосопряженными операторами.
75. Теорема о приведении квадратичной формы к диагональному виду.
76. Алгоритм приведения квадратичной формы к диагональному виду. Пример.
77. Метод Лагранжа.
78. Классификация кривых 2-го порядка.
79. Классификация поверхностей второго порядка.
80. 80. Понятие кольца. Примеры числовых колец.
81. Определение кольца.
82. Понятие поля. Примеры числовых полей.
83. Группы:

а) Определение и примеры группы. Группа подстановок

б) Подгруппы.

в) Циклические группы.

г) Циклические подгруппы.

Пример конечной циклической группы.

Контролируемые компетенции: ОПК-1, ПК2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.